

单元素养测评卷(一)

第一章

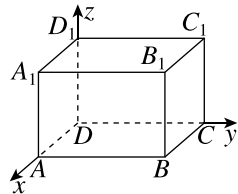
(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 下列向量中,与向量 $\mathbf{a}=(2,-3,1)$ 平行的是 ()

- A. $(1,1,1)$ B. $(-2,3,1)$
C. $(-\frac{2}{3},1,-\frac{1}{3})$ D. $(-2,-1,1)$

2. 如图,以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在直线分别为 x, y, z 轴,建立空间直角坐标系,若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(4,3,2)$,则 C_1 的坐标是 ()

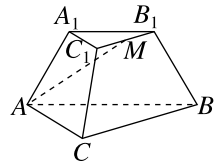


- A. $(0,3,2)$ B. $(0,4,2)$
C. $(4,0,2)$ D. $(2,3,4)$

3. [2026·天津静海区四校联考] 已知直线 l 的一个方向向量为 $\mathbf{s}=(-1,1,1)$,平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n}=(2,x^2+x,-x)$,若直线 $l \parallel$ 平面 α ,则实数 x 的值为 ()

- A. -2 B. $-\sqrt{2}$
C. $\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$

4. [2026·邢台高二期中] 如图,在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=2A_1B_1$, M 为 B_1C_1 的中点,则 $\overrightarrow{AM} =$ ()



- A. $\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{AA_1} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$
C. $\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

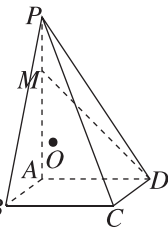
5. 我们把平面内与直线垂直的非零向量称为直线的法向量,在平面直角坐标系中,若过点 $A(-3,4)$ 的直线 l 的一个法向量为 $(1,-3)$,则直线 l 的点法式方程为 $1 \times (x+3) + (-3) \times (y-4) = 0$,化简得 $x-3y+15=0$. 类比以上结论,在空间直角坐标系中,经过点 $M(1,2,3)$ 的平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{m}=(1,2,-4)$,则平面 α 的方程为 ()

- A. $x-2y-4z+7=0$ B. $x+2y-4z+7=0$
C. $x+2y+4z+7=0$ D. $x+2y-4z-7=0$

6. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, B_1C 和 C_1D 与底面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角分别为 60° 和 45° ,则异面直线 B_1C 和 C_1D 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

7. [2026·福建福州九师联盟高二期中] 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为正方形, O 为 $\triangle PBC$ 的重心, $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PA}$, 且 $PA=3, AB=2$, 则点 O 到直线 DM 的距离为 ()



- A. $\frac{\sqrt{66}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{66}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{33}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{33}}{4}$

8. 记圆锥 CC_1 的侧面是曲面 α , 且曲面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta = l$, 其中 l 是圆锥 CC_1 的一条母线, 则称平面 β 是“ Π 平面”, “ Π 平面”上不与 l 平行且不与 l 重合的直线称为圆锥的斜切直线. 已知直线 a 是圆锥 CC_1 的斜切直线, 且直线 a 经过圆锥 CC_1 某条母线的中点, 若圆锥 CC_1 的体积是 $24\sqrt{3}\pi$, 底面面积是 36π , 且圆锥底面的圆心 C 到直线 a 的距离是 $\sqrt{10}$, 则直线 a 与圆锥底面所成角的正弦值为 ()

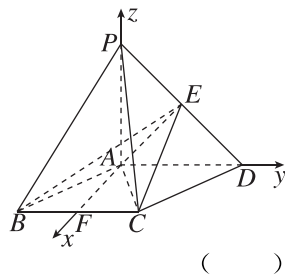
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 下列说法正确的是 ()

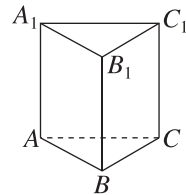
- A. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是两个空间向量, 则 \mathbf{a}, \mathbf{b} 一定共面
B. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是三个空间向量, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 一定不共面
C. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是两个空间向量, 则 $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 = \mathbf{a}^2 \cdot \mathbf{b}^2$
D. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是三个空间向量, 则 $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$

10. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 60^\circ$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AC = 2$, E, F 分别为 PD, BC 的中点, 若以 A 为原点, 以 AF, AD, AP 所在直线分别为 x, y, z 轴, 建立如图所示的空间直角坐标系 $Axyz$, 则 ()



- A. 点 B 的坐标为 $(\sqrt{3}, -1, 0)$
B. $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$
C. $\overrightarrow{BE} = (-\sqrt{3}, 2, 1)$
D. 平面 ACE 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (1, \sqrt{3}, -\sqrt{3})$

11. [2026·衡水高二期中] 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, P 为空间内一动点, 若 $\overrightarrow{BP} = \lambda\overrightarrow{BC} + \mu\overrightarrow{BB_1}$ ($\lambda, \mu \in [0, 1]$), 则下列说法正确的是 ()



- A. 若 $\lambda = \mu$, 则点 P 的轨迹为线段 BC_1
B. 若 $\mu = 1 - \lambda$, 则点 P 的轨迹为线段 B_1C
C. 存在 $\lambda, \mu \in (0, 1)$, 使得 $AP \perp$ 平面 BCC_1B_1
D. 存在 $\lambda, \mu \in (0, 1)$, 使得 $AP \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. [2026·河北秦皇岛三中高二月考] 已知 $\mathbf{n} = (-3, 1, 2)$ 是平面 α 的一个法向量, 点 $A(0, -3, -1), B(k, 2k, 2)$ 都在平面 α 内, 则 $k =$ _____.

13. 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是正方形, 且 $PD=1, AB=3, G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 PG 与平面 PAD 所成角 θ 的正弦值为 _____.

14. [2025·金华十校高二期末] 已知 A, B, C, P 是空间中不共面的四点, 满足 $\overrightarrow{AB} = (0, 0, c), \overrightarrow{BC} = (-a, b, 0), \overrightarrow{AP} = (a, 0, 0)$, 若 $a^2 + b^2 = 4$, 且点 P 到平面 ABC 的距离为 1, 则 a 的值为 _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

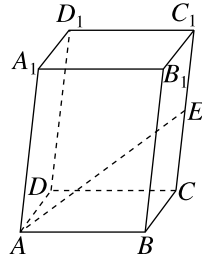
15. (13分)[2026·辽宁沈阳二十二中月考] 已知空间三点 $A(1, 0, -2), B(2, 1, 0), C(-1, -1, 1)$.

- (1) 若 O 为坐标原点, 求异面直线 OA 与 BC 所成角的余弦值;
(2) 求以 AB, AC 为邻边的平行四边形的面积.



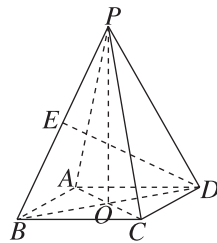
16. (15分)[2026·广东惠州八中高二月考] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=5$, $AD=3$, $AA_1=4$, $\angle DAB=90^\circ$, $\angle BAA_1=\angle DAA_1=60^\circ$, E 是 CC_1 的中点, 设 $\vec{AB}=\mathbf{a}$, $\vec{AD}=\mathbf{b}$, $\vec{AA_1}=\mathbf{c}$.

- (1)求 AE 的长;
(2)求异面直线 AE 和 BC 夹角的余弦值.



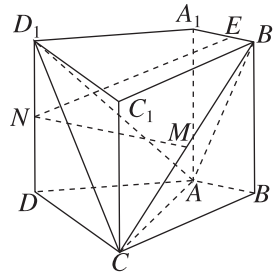
17. (15分)[2026·重庆一中高二期中] 如图,在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, O 为底面 $ABCD$ 的中心, $OP=4$, $AP=2\sqrt{5}$.

- (1)求点 B 到平面 PCD 的距离;
(2)若 E 为 PB 的中点,求直线 DE 与平面 PBC 所成角的正弦值.



18. (17分)如图,在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,侧棱 $A_1A \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \perp AC$, $AB=1$, $AC=AA_1=2$, $AD=CD=\sqrt{5}$, 且点 M 和 N 分别为 B_1C 和 D_1D 的中点.

- (1)求证: $MN \parallel$ 平面 $ABCD$;
(2)求平面 ACD_1 与平面 ACB_1 夹角的余弦值;
(3)设 E 为棱 A_1B_1 上的点,若直线 NE 和平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$,求线段 A_1E 的长.



19. (17分)[2026·贵州贵阳七校高二月考] 如图甲所示,在长方形 $ABCD$ 中, $AD=2AB=2\sqrt{3}$, E 为 BC 的中点,将图甲中的 $\triangle ABE$ 沿 AE 所在直线折起,使得 $AB \perp DE$,得到四棱锥 $B-AECD$,如图乙.

- (1)求证:平面 $ABE \perp$ 平面 $AECD$;
(2)已知点 F 是线段 BD 上的动点,且满足 $\vec{BF}=\lambda\vec{BD}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$).

①若 $\lambda = \frac{1}{2}$,求平面 ABE 与平面 AEF 夹角的余弦值;

②若平面 AEF 与平面 $AECD$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$,求 λ 的值.

